

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**INSTITUTO DE FÍSICA  
CAIXA POSTAL 20516  
01000 - SÃO PAULO - SP  
BRASIL**



**publicações**

IFUSP/P 350  
B.L.F. - USP

17 NOV 1966

IFUSP/P-350

COORDENADAS GERADORAS E RESSONÂNCIAS GIGANTES

por

Emerson J. V. de Passos

Instituto de Física - USP

COORDENADAS GERADORAS E RESSONÂNCIAS GIGANTES

E. J. V. de Passos

Instituto de Física - Universidade de São Paulo, C. Postal 20.516,  
São Paulo, Brasil

SEMINÁRIO APRESENTADO NO 1º SIMPÓSIO BRASILEIRO  
DE FÍSICA FOTONUCLEAR, REALIZADO EM SÃO PAULO,  
DE 5 A 7 DE ABRIL DE 1982.

I - BREVE INTRODUÇÃO AO MÉTODO DAS COORDENADAS GERADORAS

Como uma solução exata do problema nuclear de muitos corpos não é possível, o objetivo das teorias microscópicas para movimentos coletivos é isolar um sub-espço do espaço de Hilbert do sistema de muitas partículas de tal modo que a evolução do sistema nesse sub-espço seja equivalente ao movimento de poucos graus de liberdade coletivos. No caso ideal esse sub-espço, denominado de sub-espço coletivo, é um sub-espço invariante do espaço de Hilbert do sistema de muitas partículas.

Uma teoria que pode ser usada na construção do sub-espço coletivo é o método das coordenadas geradoras (GCM)<sup>1</sup>. No método das coordenadas geradoras consideramos um sub-espço do espaço de Hilbert do sistema de muitas partículas determinado pelos estados que podem ser construídos como uma combinação linear dos estados geradores  $|\alpha\rangle$

$$|f\rangle = \int f(\alpha) |\alpha\rangle d\alpha \quad (1)$$

onde  $\alpha$  denota um conjunto de  $n$  parâmetros

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$$

Os estados geradores  $|\alpha\rangle$  são escolhidos a priori em geral baseado em critérios fenomenológicos. Desse modo a dependência dos estados geradores nos parâmetros  $\alpha$  deve refletir a distorção do sistema durante o movimento coletivo em questão. Funções de onda e níveis de energia são determinados pelo princípio variacional,

$$\delta \frac{\langle f | H | f \rangle}{\langle f | f \rangle} = 0, \quad (2)$$

que conduz à equação integral de Griffin-Hill-Wheeler (GHW)<sup>1</sup> para a função peso  $f(\alpha)$ ,

$$\int (\langle \alpha | \hat{H} | \alpha' \rangle - E \langle \alpha | \alpha' \rangle) f(\alpha') d\alpha' = 0$$

A descrição da dinâmica pelo GCM é equivalente à restrição da dinâmica de muitos corpos ao sub-espaço determinado pelo "ansatz" de GHW, eq.1. Esse sub-espaço identificamos com o sub-espaço coletivo  $S$ . A hamiltoniana coletiva é igual à projeção da hamiltoniana de muitos corpos em  $S$  e um conjunto completo de observáveis que comutam, onde esses observáveis estão definidos em  $S$ , podem ser identificados com os operadores coletivos<sup>2-6</sup>. Finalmente, o operador de projeção em  $S$  pode ser construído explicitamente em termos dos estados geradores  $|\alpha\rangle$ <sup>2,3</sup>.

Uma das vantagens do método das coordenadas geradoras é que ele é um método puramente quântico especialmente bem adaptado à utilização de esquemas fenomenológicos na construção do sub-espaço coletivo. A sua desvantagem é que a não ortogonalidade (e em certos casos dependência linear) do conjunto contínuo de estados geradores introduz dificuldades matemáticas na solução da equação de GHW, eq.3. No entanto, a natureza dessas dificuldades são bem compreendidas e são facilmente contornáveis<sup>2,3</sup>. Como exemplo do uso de GCM na descrição de estados coletivos do núcleo vamos considerar sua aplicação na descrição das ressonâncias gigantes multipolares<sup>7,8</sup>.

## II - APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS COORDENADAS GERADORAS NA DESCRIÇÃO DAS RESSONÂNCIAS GIGANTES MULTIPOLARES

Na descrição das ressonâncias gigantes multipolares vamos supor que os estados geradores  $|\alpha\rangle$  são determinantes de Slater cujas funções de onda de partícula única dependem dos parâmetros  $\alpha$

$$\langle x_1, x_2, \dots, x_n | \alpha \rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} \begin{vmatrix} \phi_A(x_1; \alpha) \phi_B(x_1; \alpha) \dots \phi_N(x_1; \alpha) \\ \vdots \\ \phi_A(x_n; \alpha) \phi_B(x_n; \alpha) \dots \phi_N(x_n; \alpha) \end{vmatrix} \quad (4)$$

Na eq.4  $x_1$  denota espaço, spin e isospin,

$$x_1 = (\vec{x}_1, \sigma_1, \tau_1)$$

e as letras maiúsculas latinas denotam os estados ocupados no determinante de Slater  $|\alpha\rangle$ .

### II-1 - OSCILAÇÕES MONOPOLARES

Nesse caso, supomos que a oscilação monopolar é um modo de "respiração" da densidade do estado fundamental do núcleo (ver figura 1).

As funções de onda de partícula única no estado gerador  $|\alpha\rangle$  são dadas por uma transformação de escala das funções de onda de partícula única do determinante de Slater que descreve o estado fundamental do núcleo,  $|\phi_0\rangle$ ,

$$\phi_A(\vec{x}; \alpha) = \alpha^{3/2} \phi_{0A}(\alpha \vec{x})$$

Pode-se mostrar que o estado gerador  $|\alpha\rangle$  pode ser escrito como<sup>4,7,8</sup>

$$|\alpha\rangle = e^{i \ln \alpha \hat{D}} |\phi_0\rangle \quad (5)$$

onde  $\hat{D}$  é igual a

$$\hat{D} = \hat{D}_1 + \hat{D}_2 + \hat{D}_3,$$

com  $\hat{D}_m$  o operador de dilatação na direção  $k$

$$\hat{D}_m = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (\hat{x}_m(i) \hat{p}_m(i) + \hat{p}_m(i) \hat{x}_m(i)) \quad (6)$$

11-2 - OSCILAÇÕES QUADRUPOLES AXIALMENTE SIMÉTRICAS (VIBRAÇÃO  $\beta$ )

Nesse caso supomos que a densidade do estado fundamental efetua oscilações quadrupolares axialmente simétricas que conservam o volume (ver figura 2). Assim, as funções de onda de partícula única no estado gerador  $|\beta\rangle$  são dadas pela transformação de escala dada pela eq. (7) da função de onda de partícula única do determinante de Slater que descreve o estado fundamental do núcleo.

$$\phi_A(x; \beta) = \phi_{0A} \left( \frac{x}{\beta}, \frac{y}{\beta}, \beta^2 z \right) \quad (7)$$

Dado (7) pode-se mostrar que o estado gerador pode ser escrito como <sup>4,7,8</sup>

$$|\beta\rangle = e^{i[\lambda n \beta^2 \hat{D}_3 - \lambda n \beta (\hat{D}_1 + \hat{D}_2)]} |\phi_0\rangle$$

11-3 - OSCILAÇÕES QUADRUPOLES NÃO AXIALMENTE SIMÉTRICAS (VIBRAÇÃO  $\gamma$ )

Nesse caso supomos que a densidade do estado fundamental efetua oscilações quadrupolares que violam a simétrica axial e que conservam o volume (ver figura 3).

Como nos dois casos anteriores a função de onda de partícula única no estado gerador  $|\gamma\rangle$  são dadas pela seguinte transformação de escala da função de onda de partícula única do determinante de Slater que descreve o estado fundamental do núcleo

$$\phi_A(\vec{x}; \gamma) = \phi_{0A} \left( \gamma x, \frac{y}{\gamma}, z \right) \quad (8)$$

Nesse caso, o estado gerador  $|\gamma\rangle$  pode ser escrito como

$$|\gamma\rangle = e^{i \lambda n \gamma (\hat{D}_1 - \hat{D}_2)} |\phi_0\rangle$$

Se quisermos estudar o acoplamento entre as oscilações monopulares e as oscilações quadrupolares  $\beta$  e  $\gamma$  podemos considerar determinantes de Slater cujas funções de onda de partícula única são dadas por

$$\phi_A(\vec{x}; \alpha, \beta, \gamma) = \alpha^{3/2} \phi_{0A} \left( \frac{\alpha \gamma x}{\beta}, \frac{\alpha y}{\gamma \beta}, \alpha \beta^2 z \right)$$

Como visto anteriormente o estado gerador  $|\alpha, \beta, \gamma\rangle$  pode ser escrito como

$$|\alpha, \beta, \gamma\rangle = e^{i(\lambda n \frac{\alpha \gamma}{\beta} \hat{D}_1 + \lambda n \frac{\alpha}{\gamma \beta} \hat{D}_2 + \lambda n \alpha \beta^2 \hat{D}_3)} |\phi_0\rangle$$

Para fazermos um cálculo das propriedades das ressonâncias gigantes quadrupolares e monopulares usando GCM e os estados geradores  $|\alpha, \beta, \gamma\rangle$  precisamos projetar estados de bom momento angular e bom momento total (tomado igual a zero).

Nesse caso, o "ansatz" de GHW fica igual a

$$|f_{JM\vec{P}=0}\rangle = \sum_k \int d\alpha d\beta d\gamma f_k(\alpha, \beta, \gamma) |\phi_{MK}^{JP=0}(\alpha, \beta, \gamma)\rangle$$

O cálculo das propriedades das ressonâncias gigantes quadrupolares e monopulares em núcleos leves ( $A=16-40$ ) leva as seguintes conclusões<sup>7</sup>:

a) A forma de equilíbrio do núcleo (esférica, prolata, oblata ou tri-axial) é o fator mais importante na determinação do feitio do espectro vibracional;

b) Existe uma separação em energia dos modos  $\beta$  e  $\gamma$  de aproximadamente 8 MeV. O sinal da separação é tal que as oscilações  $\beta$  (que preservam a simétrica axial) está a uma energia mais baixa no caso de um núcleo prolato e a uma energia mais alta no caso de um núcleo oblato. Para um núcleo esférico as oscilações  $\beta$  e  $\gamma$  são praticamente degeneradas;

c) O acoplamento entre as vibrações  $\alpha$  e  $\beta$  é significativo. Em contraste com isto, o acoplamento da vibração  $\gamma$  com os outros dois modos não é importante no cálculo dos níveis de energia. Contudo um tratamento correto da vibração  $\gamma$  se faz necessário quando consideramos a distribuição de intensidade  $E_2$  da EWSR.

### III - REGRAS DE SOMA

Quando consideramos regras de soma a questão importante é saber em que condições ela é "conservada" no cálculo usando GCM.

Para ilustrar o conceito de "conservação" da regra de soma vamos considerar as regras de soma  $S_n$  com  $0 \leq n \leq 3$ , para um dado operador de um corpo  $\hat{A}$ .

As regras de soma pares são iguais à

$$S_0 = \sum_{n \neq 0} |\langle \psi_n | \hat{A} | \psi_0 \rangle|^2 = \langle \psi_0 | \hat{A}^2 | \psi_0 \rangle \quad (9)$$

$$S_2 = \sum_{n \neq 0} (E_n - E_0)^2 |\langle \psi_n | \hat{A} | \psi_0 \rangle|^2 = -\langle \psi_0 | [\hat{H}, \hat{A}] | [\hat{H}, \hat{A}] | \psi_0 \rangle \quad (10)$$

onde admitimos que  $\langle \psi_0 | \hat{A} | \psi_0 \rangle = 0$ . Quanto às regras de soma ímpares elas são iguais à

$$S_1 = \sum_{n \neq 0} |\langle \psi_n | \hat{A} | \psi_0 \rangle|^2 (E_n - E_0) = \frac{1}{2} \langle \psi_0 | [\hat{A}, [\hat{H}, \hat{A}]] | \psi_0 \rangle \quad (11)$$

$$S_3 = \sum_{n \neq 0} |\langle \psi_n | \hat{A} | \psi_0 \rangle|^2 (E_n - E_0)^3 = \frac{1}{2} \langle \psi_0 | [\hat{A}, [\hat{H}, [\hat{H}, [\hat{H}, \hat{A}]]]] | \psi_0 \rangle \\ = -\frac{1}{2} \langle \psi_0 | [[\hat{H}, \hat{A}], [\hat{H}, [\hat{H}, \hat{A}]]] | \psi_0 \rangle \quad (12)$$

onde os estados  $|\psi_n\rangle$  e as energias  $E_n$  são os auto-estados e os níveis de energia do sistema. Em um cálculo aproximado dessas grandezas, com é o caso de um cálculo usando GCM, determinamos estados

modelos  $|\psi_n^{GCM}\rangle$  e níveis de energia modelos  $E_n^{GCM}$ . O método das coordenadas geradoras "conserva"  $S_n$  se essa regra de soma é exaurida no sub-espaço coletivo. Para esclarecermos o significado dessa afirmação consideremos a expressão de  $S_n^{GCM}$ ,  $0 \leq n \leq 3$ . As regras de soma pares são iguais à

$$S_0^{GCM} = \sum_{n \neq 0} |\langle \psi_n^{GCM} | \hat{A} | \psi_0^{GCM} \rangle|^2 = \langle \psi_0^{GCM} | \hat{A} \hat{A} | \psi_0^{GCM} \rangle \quad (13)$$

$$S_2^{GCM} = \sum_{n \neq 0} |\langle \psi_n^{GCM} | \hat{A} | \psi_0^{GCM} \rangle|^2 (E_n^{GCM} - E_0^{GCM})^2 = \\ = -\langle \psi_0^{GCM} | [\hat{S}\hat{H}\hat{S}, \hat{S}\hat{A}\hat{S}] | [\hat{S}\hat{H}\hat{S}, \hat{S}\hat{A}\hat{S}] | \psi_0^{GCM} \rangle \quad (14)$$

onde admitimos  $\langle \psi_0^{GCM} | \hat{A} | \psi_0^{GCM} \rangle = 0$

As regras de soma ímpares são iguais à

$$S_1^{GCM} = \sum_{n \neq 0} |\langle \psi_n^{GCM} | \hat{A} | \psi_0^{GCM} \rangle|^2 (E_n^{GCM} - E_0^{GCM}) = \\ = \frac{1}{2} \langle \psi_0^{GCM} | [\hat{S}\hat{A}\hat{S}, [\hat{S}\hat{H}\hat{S}, \hat{S}\hat{A}\hat{S}]] | \psi_0^{GCM} \rangle \quad (15)$$

$$S_3^{GCM} = \sum_{n \neq 0} |\langle \psi_n^{GCM} | \hat{A} | \psi_0^{GCM} \rangle|^2 (E_n^{GCM})^3 = \\ = \frac{1}{2} \langle \psi_0^{GCM} | [\hat{S}\hat{A}\hat{S}, [\hat{S}\hat{H}\hat{S}, [\hat{S}\hat{H}\hat{S}, [\hat{S}\hat{H}\hat{S}, \hat{S}\hat{A}\hat{S}]]]] | \psi_0^{GCM} \rangle = \\ = -\frac{1}{2} \langle \psi_0^{GCM} | [[\hat{S}\hat{H}\hat{S}, \hat{S}\hat{A}\hat{S}], [\hat{S}\hat{H}\hat{S}, [\hat{S}\hat{H}\hat{S}, \hat{S}\hat{A}\hat{S}]]] | \psi_0^{GCM} \rangle \quad (16)$$

O método das coordenadas geradoras "conserva" essas regras de soma se

$$S_0^{GCM} = \langle \psi_0^{GCM} | \hat{A} | \psi_0^{GCM} \rangle$$

$$S_2^{GCM} = - \langle \psi_0^{GCM} | [H, A] [H, A] | \psi_0^{GCM} \rangle$$

$$S_1^{GCM} = \frac{1}{2} \langle \psi_0^{GCM} | [A, [H, A]] | \psi_0^{GCM} \rangle \quad (17)$$

$$S_3^{GCM} = -\frac{1}{2} \langle \psi_0^{GCM} | [[\hat{H}, A], [H, [\hat{H}, \hat{A}]]] | \psi_0^{GCM} \rangle$$

No caso de  $S_0$  e  $S_1$  para que isto ocorra é suficiente que<sup>4</sup>

$$[\hat{S}, \hat{A}] = 0$$

ao passo que para  $S_2$  e  $S_3$ , além da condição acima devemos impor que<sup>4</sup>

$$[\hat{S}, [\hat{H}, \hat{A}]] = 0$$

Para realçar a importância do conceito de "conservação" da regra de soma consideremos as regras de soma ímpares  $S_1$  e  $S_3$ . Das eqs. 11 e 12 vemos que elas são dadas pelo valor esperado de um operador de um corpo no estado fundamental do núcleo. Quando GCM conserva a regra de soma vemos que  $S_1^{GCM}$  e  $S_3^{GCM}$  coincide com o valor exato se a densidade de um corpo do estado fundamental do núcleo calculada pelo método das coordenadas geradoras coincide com a densidade de um corpo exata. Em outras palavras essas regras de soma são insensíveis à correlações de duas ou mais partículas. Se a regra de soma não é conservada isto não acontece no caso de  $S_1^{GCM}$  e  $S_3^{GCM}$ .

REFERENCIAS

- 1 - D.L.Hill e J.A.Wheeler - Phys.Rev. 89, 112 (1953).  
J.J.Griffin e J.A.Wheeler - Phys.Rev. 108, 311 (1957).
- 2 - A.F.R. de Toledo Piza e E.J.V. de Passos - Nuovo Cim. 45B, 1 (1978).
- 3 - A.F.R. de Toledo Piza, E.J.V. de Passos, D.Galetti, M.C.Nemes e M.M.Watanabe - Phys.Rev. C15, 1477 (1977).
- 4 - E.J.V. de Passos e A.F.R. de Toledo Piza - Phys.Rev. C21, 425 (1980).
- 5 - E.J.V. de Passos e F.F. de Souza Cruz - Phys.Rev. C24, 690 (1981).
- 6 - B.Giraud e B.Grammaticos - Nucl.Phys. A255, 141 (1975).
- 7 - Y.Abgrall, B.Morand, E.Caurier e B.Grammaticos - Phys.Rev.Let. 39, 922 (1977).
- 8 - Y.Abgrall, B.Morand, E.Caurier e B.Grammaticos - Nucl.Phys. A346, 431 (1980).
- 9 - Um exemplo trivial é quando o operador é uma constante.
- 10 - As equações 6-1m da ref.4 não estão corretas. A forma correta dessas equações é dada pelas eqs. 15 e 16. Além disso, a condição para que  $S_3^{GCM}$  seja conservada pelo GCM é como mostrado na equação 17. Porém, as conclusões desse trabalho não precisam sofrer modificações

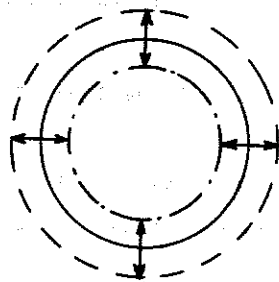


FIGURA 1 - O círculo cheio é uma equidensidade de um núcleo que é esfericamente simétrico no estado fundamental. O círculo tracejado e tracejado-pontilhado mostra a expansão e compressão dessa equidensidade na oscilação monopolar do núcleo.

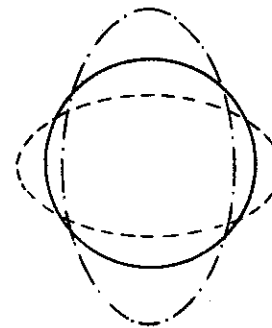


FIG 2A

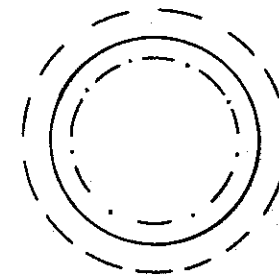


FIG 2B

FIGURA 2 - Oscilação  $g$  de um núcleo esfericamente simétrico no estado fundamental. A figura 2a é a oscilação projetada em um plano que contém o eixo de simetria axial e a figura 2b é a oscilação projetada em um plano perpendicular ao eixo de simetria axial.

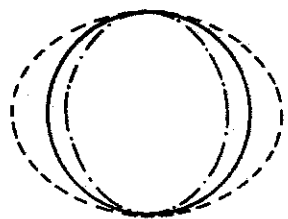


FIG 3A

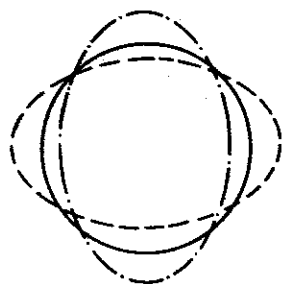


FIG 3B

FIGURA 3 - Oscilação  $\gamma$  de um núcleo esfericamente simétrico no estado fundamental. A figura 3a é a oscilação projetada em um plano que contém o eixo de simetria axial. A figura 3b é a oscilação projetada em um plano perpendicular ao eixo de simetria axial.